

경영·경제분석을 위한 핵심 수학(6판)

연습문제 풀이 이용 안내

- 본 문제 풀이의 저작권은 원서 저작권자(Knut Sydsæter, Arne Strøm, Peter Hammond, Andrés Carvajal)와 Pearson, 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

CHAPTER 03 방정식 풀이

3.1 방정식 풀이

1.

- (a) $x = 3$ (b) $x = 6$
- (c) 모든 x 에 대해 성립 (d) $x = 1$
- (e) $x = -5$. (힌트 : $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$)
- (f) $x = -1$

2.

- (a) $x = -\frac{28}{11}$ (b) $x = \frac{5}{11}$
- (c) $x = 1$ (d) $x = 121$

3.

- (a) $x = 0$ (b) $x = -6$
- (c) $x = 5$

4.

- (a) 가장 작은 자연수를 x 라 하면 $x + (x + 1) + (x + 2) = 10 + 2x$ 이다. 따라서 $x = 7$ 이다. 문제의 자연수는 7, 8, 9이다.
- (b) 제인의 시간당 정규임금이 x 이면 $38x + (48 - 38)2x = 812$ 이다. 해는 $x = \frac{812}{58} = 14$ (달러)이다.
- (c) $1500 + \frac{12x}{100} = 2100$ 이므로 $12x = 60000$ 이다. 이를 풀면 $x = 5000$ 이다.
- (d) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x + 100000 = x$ 를 풀면 $x = 1200000$ 이다.

5.

- (a) $y = \frac{17}{23}$ (b) $x = -4$
- (c) $z = 4$ (d) $p = \frac{15}{16}$

6.

프레스턴 여사는 사과, 바나나, 체리에 대해 $\frac{y}{3}$ 유로씩 지출한다. 사과는 킬로그램당 3유로이므로 $\frac{y}{9}$ 킬로그램, 바나나는 킬로그램당 2유로이므로 $\frac{y}{6}$ 킬로그램, 체리는 킬로그램당 6유로이므로 $\frac{y}{18}$ 킬로그램이다. 따라서 과일의 총 무게는 $\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}\right)y = \left(\frac{2+3+1}{18}\right)y = \frac{6}{18}y = \frac{1}{3}y$ (킬로그램)이다. 따라서 과일 1킬로그램당 3유로를 지불했다.

CHAPTER 03 방정식 풀이

3.2 방정식과 모수

1.

두 번째 식을 첫 번째 식에 대입하면 $Y = 750 + 0.9Y$ 이고, 해는 $Y = 7500$ 이다. 또는 식 (3.2.5)에 대입해도

$$Y = \frac{a}{1-b} + \frac{1}{1-b} \bar{I} = \frac{600}{1-0.9} + \frac{150}{1-0.9} = \frac{750}{1-0.9} = 7500 \text{을 얻는다.}$$

2.

$$(a) \ x = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$(b) \ x = \frac{dA - b}{a - cA}$$

$$(c) \ x = \frac{p^2}{4w^2}$$

$$(d) \ x = -\frac{1}{1+a}$$

$$(e) \ x = \pm \frac{b}{a}$$

$$(f) \ x = 0$$

3.

$$(a) \ p = \frac{20q}{3} - \frac{14}{15}$$

$$(b) \ P = \frac{S - \alpha}{\beta}$$

$$(c) \ g = \frac{2A}{h}$$

$$(d) \ r = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$(e) \ L = \left(Y_0 A^{-1} K^{-\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}}$$

4.

$$(a) \ x = \frac{a-b}{\alpha-\beta}$$

$$(b) \ p = \frac{(3q+5)^2}{q}$$

$$(c) \ Y = 100$$

$$(d) \ K = \left(\frac{2wQ^4}{r} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$(e) \ L = \frac{rK}{2w}$$

$$(f) \ K = \frac{1}{32} p^4 r^{-3} w^{-1} = \frac{p^4}{32r^3w}$$

5.

$$(a) \ s = \frac{tT}{T-t}$$

$$(b) \ M = \frac{(B + \alpha L)^2}{KL}$$

$$(c) \ z = \frac{4xy - x + 2y}{x + 4y}$$

$$(d) \ T = N \left(1 - \frac{V}{C} \right)$$

CHAPTER 03 방정식 풀이

3.3 이차방정식

1.

(a) $x(15-x)=0$ 이므로 해는 $x=0$, $x=15$ 이다.

(b) $p=\pm 4$

(c) $q=3$, $q=-4$

(d) 해가 없다.

(e) $x=0$, $x=3$

(f) $x=2$ (참고로 $x^2-4x+4=(x-2)^2$ 이다.)

2.

(a) $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)=0$ 이므로 $x=2$, $x=3$ 이다. 또는 $x^2-5x=-6$ 라 두고 완전제곱식을 만들면

$$x^2-5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2-6=\frac{25}{4}-6=\frac{1}{4}\text{이다.}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\text{이므로 해는 }x-\frac{5}{2}=\pm\frac{1}{2}\text{이다.}$$

(b) $y^2-y-12=(y-4)(y+3)=0$ 이므로 $y=4$, $y=-3$ 이다.

(c) 해가 없다. 또한 인수분해되지 않는다.

(d) $-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}[x-(1+\sqrt{3})][x-(1-\sqrt{3})]=0$ 이므로 $x=1\pm\sqrt{3}$ 이다.

(e) $m^2-5m-3=\left[m-\frac{1}{2}(5+\sqrt{37})\right]\left[m-\frac{1}{2}(5-\sqrt{37})\right]=0$ 이므로 $m=\frac{1}{2}(5\pm\sqrt{37})$ 이다.

(f) $0.1p^2+p-2.4=0.1(p-2)(p+12)=0$ 이므로 $p=2$, $p=-12$ 이다.

3.

(a) $r=-13$, $r=2$

(b) $p=-16$, $p=1$

(c) $K=100$, $K=200$

(d) $r=-\sqrt{3}$, $r=\sqrt{2}$

(e) $x=-0.5$, $x=0.8$

(f) $p=-\frac{1}{6}$, $p=\frac{1}{4}$

4.

(a) $x=1$, $x=2$

(b) $t=\frac{1}{10}(1\pm\sqrt{61})$

(c) $x=\frac{1}{4}(3\pm\sqrt{13})$

(d) $x=\frac{1}{3}(-7\pm\sqrt{5})$

(e) $x=-300$, $x=100$

(f) $x=\frac{1}{6}(5\pm\sqrt{13})$

5.

(a) 변의 길이를 x , y 라고 하면 둘레는 $2x+2y=40$ 이고 넓이는 $xy=75$ 이다. 이를 만족하는 x , y 는 이차방정식 $z^2-20z+75=0$ 의 근이다. 따라서 두 변의 길이는 5, 15이다.

(b) 두 자연수를 n 과 $n+1$ 이라 하면 $n^2+(n+1)^2=13$ 이므로 $2n^2+2n-12=0$ 이다. 이 방정식의 해는 $n_1=2$, $n_2=-3$ 이다. 자연수 n 은 양수이므로 가능한 해는 $n=2$ 만 있다. 따라서 문제의 자연수는 2, 3이다. (물론 수가 작아서 직접 대입하는 게 더 빠르다. $1^2+2^2=5$ (작음), $2^2+3^2=13$ (만족), 그 이후는 13보다 크다.)

(c) 가장 짧은 변의 길이를 x 라 하면 $x^2+(x+14)^2=34^2$ 을 만족한다. 이를 정리하면 $2x^2+28x=1156-196=960$, 즉 $x^2+14x-480=0$ 이다. 따라서 문제의 두 변의 길이는 16cm, 30cm이다.

(d) 운전자의 평소 주행 속도를 s 라 하면 평소에는 $\frac{80}{s}$ 시간, 즉 $\frac{4800}{s}$ 분 걸린다. 속도가 $s+10$ 이면 분 단위로

CHAPTER 03 방정식 풀이

$\frac{4800}{s+10} = \frac{4800}{s} - 16$ 의 방정식을 세울 수 있다. 양변에 분모의 최소공배수를 곱하면 $4800s = (4800 - 16s)(s + 10)$,

즉 $16s^2 + 160s - 48000 = 0$ 이다, 이는 $s^2 + 10s - 3000 = 0$ 이다. 이 이차방정식의 양수 해는 $s = 50$ 뿐이다. 따라서 평소 주행 속도는 50km/h이다.

6.

(a) $x = -2, x = 0, x = 2$ (주어진 방정식은 $x(x^2 - 4) = 0$ 이므로 $x(x+2)(x-2) = 0$ 이다.)

(b) $x = -2, x = -1, x = 1, x = 2$ ($x^2 = u$ 라 두자.)

(c) $z = -\frac{1}{3}, z = \frac{1}{5}$ ($z^{-1} = u$ 라 두자.)

CHAPTER 03 방정식 풀이

3.4 비선형방정식

1.

(a) $x = 0, x = -3$

(b) $x = 0, x = \frac{1}{2}$

(c) $x = 1, x = 3$

(d) $x = -\frac{5}{2}$

(e) 해가 없다.

(f) $x = 0, x = -1$

2.

(a) 해가 없다.

(b) $x = -1$

(c) $x = -\frac{3}{2}$

(d) $x = 0, x = \frac{1}{2}$

3.

(a) $z = 0$ 또는 $z = \frac{a}{1-a-b}$ (단, $a+b \neq 1$)이다. $a+b=1$ 이면 유일한 해는 $z=0$ 이다.

(b) $\lambda = -1$ 또는 $\mu = 0$ 또는 $x = y$

(c) $\lambda = 0$ 이고 $\mu \neq \pm 1$, 또는 $\mu = 2$

(d) $a = 2$ 또는 $b = 0$ 또는 $\lambda = -1$

CHAPTER 03 방정식 풀이

3.5 함의 화살표

1.

$x = -1, 0, 1$ 은 이 방정식을 무의미하게 만드는 값이다. 양변의 모든 항에 분모의 최소공배수 $x(x-1)(x+1)$ 을 곱하면, 동치관계를 통해 유일한 해를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{(x+1)^2}{x(x-1)} + \frac{(x-1)^2}{x(x+1)} - 2\frac{3x+1}{x^2-1} &= 0 \Leftrightarrow 2x(x^2-3x+2)=0 \text{ 이때 } x \notin \{-1, 0, 1\} \\ &\Leftrightarrow 2x(x-1)(x-2)=0 \text{ 이때 } x \notin \{-1, 0, 1\} \\ &\Leftrightarrow x=2\end{aligned}$$

2.

(a) 양변을 제곱하고 정리하면 $x+2 = \sqrt{4x+13} \Rightarrow (x+2)^2 = 4x+13 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ 이다. 그러나 $x+2 = \sqrt{4x+13} \rightarrow x+2 \geq 0$ 이므로 유일한 해는 $x=3$ 이다.

(b) 양변을 제곱하고 정리하면 $x(x+5)=0$ 이다. 해는 $x=0, x=-5$ 이다.

(c) 동치방정식은 $|x|^2 - 2|x| - 3 = 0$ 이고, 이를 풀면 $|x|=3$ 또는 $|x|=-1$ 이다. $|x| \geq 0$ 이므로 가능한 해는 $x = \pm 3$ 이다.

3.

(a) 해가 없다.

(b) $x=20$

4.

$$(a) \quad x + \sqrt{x+4} = 2 \Rightarrow \sqrt{x+4} = 2-x \Rightarrow x+4 = 4-4x+x^2 \Rightarrow x^2-5x=0 \xRightarrow{(i)} x-5=0 \xleftarrow{(ii)} x=5$$

여기서 함의 (i)은 틀렸다. 실제로는 $x^2-5x=0 \Rightarrow x-5=0$ 또는 $x=0$ 이다.

함의 (ii)는 맞지만, 이에 따라 추론 연쇄가 끊어진다.

(b) 유일한 해는 $x=0$ 이다. 함의 (i)을 정확히 전개하면 $x=5$ 또는 $x=0$ 을 얻는다. 이 해를 원래의 방정식

$x + \sqrt{x+4} = 2$ 에 대입하면 $x=0$ 만 해임을 알 수 있다. 참고로 $x=5$ 는 다른 방정식인 $x - \sqrt{x+4} = 2$ 의 해이다.

CHAPTER 03 방정식 풀이

3.6 두 미지수에 대한 두 일차방정식

1.

(a) $x = 8, y = 3$

(b) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$

(c) $x = 1.1, y = -0.3$

2.

(a) $x = 1, y = -1$

(b) $x = -4, y = 7$

(c) $x = -\frac{7}{2}, y = \frac{10}{3}$

3.

(a) $p = 2, q = 3$

(b) $r = 2.1, s = 0.1$

4.

(a) 39, 13

(b) 테이블 가격은 120달러이고 의자 가격은 60달러이다.

(c) 베이직 헤드폰(B)의 가격은 450달러이고 프리미엄 헤드폰(P)의 가격은 300달러이다.

(d) 연 이자율이 5%인 계좌의 초기 잔액은 2,000달러, 연 이자율이 7.2%인 계좌의 초기 잔액은 8,000달러이다.

CHAPTER 03 방정식 풀이

CHAPTER 03 복습문제

3.1

- (a) $x = 12$ (b) $x = 3$
(c) $x = -\frac{3}{2}$ (d) $x = -19$
(e) $x = \frac{11}{7}$ (f) $x = 39$

3.2

- (a) $x = 0$ (b) $x = -6$
(c) $x = 5$ (d) $x = -1$

3.3

- (a) $x = \frac{2}{3}(y-3) + y = \frac{2}{3}y - 2 + y = \frac{5}{3}y - 2$, 즉 $\frac{5}{3}y = x + 2$ 이므로 $y = \frac{3}{5}(x+2)$ 이다.
(b) $ax - cx = b + d$, 즉 $(a-c)x = b + d$ 이므로 $x = \frac{b+d}{a-c}$ 이다.
(c) $\sqrt{L} = \frac{Y_0}{AK}$ 의 양변을 제곱하면 $L = \left(\frac{Y_0}{AK}\right)^2$ 이다.
(d) $qy = m - px$ 이므로 $y = \frac{m-px}{q}$ 이다.
(e) $s = \frac{1}{1+r}$ 을 대입하면 $s = \frac{a+bc}{1-c}$ 이므로 $r = \frac{1}{s} - 1 = \frac{(1-a) - c(1+b)}{a+bc}$ 이다.
(f) 양변에 $(Px + Q)^{\frac{1}{3}}$ 을 곱하면 $Px + Px + Q = 0$ 이므로 $x = -\frac{Q}{2P}$ 이다.

3.4

- (a) $K = 225L^{\frac{2}{3}}$ (b) $r = 100\left(2^{\frac{1}{t}} - 1\right)$
(c) $x_0 = \left(\frac{p}{ab}\right)^{\frac{1}{b-1}}$ (d) $b = \lambda^{\frac{1}{\rho}}(c^{-\rho} - (1-\lambda)a^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}}$

3.5

- (a) $z = 0$ 또는 $z = 8$ (b) $x = -7$ 또는 $x = 5$
(c) $p = -7$ 또는 $p = 2$ (d) $p = \frac{1}{4}$ 또는 $p = \frac{1}{3}$
(e) $y = 4 \pm \sqrt{31}$ (f) $x = -7$ 또는 $x = 6$

3.6

- (a) $x = \pm 2$ 또는 $x = 5$ (b) $x = -4$ ($x^4 + 1$ 은 0이 되지 않는다.)
(c) $\lambda = 1$ 또는 $x = y$

3.7

존슨이 연이율 15%로 x 달러를, 연이율 20%로 y 달러를 투자했으면 $0.15x + 0.20y = 275$ 가 성립한다. 또한 문제의 조건에 의해 $x + y = 1500$ 이다. 연립방정식을 풀면 $x = 500$, $y = 1000$ 이다.

3.8

- (a) 모형의 두 번째와 세 번째 식에서 $C = b(Y - tY) = b(1-t)Y$ 이다. 이 식을 첫 번째 식에 대입하고 Y 에 대해 정리하면 $Y = \frac{\bar{I} + G}{1 - b(1-t)}$ 이다. 그리고 $C = \frac{b(1-t)(\bar{I} + G)}{1 - b(1-t)}$ 이다.

CHAPTER 03 방정식 풀이

(b) 여기서 $0 < b(1-t) < 1$ 이므로 t 가 증가하면 Y 와 $1-t$ 는 감소하고, 이에 따라 $C=b(1-t)Y$ 도 감소한다.

3.9

$5^{3x} = 25^{y+2} = 5^{2(y+2)}$ 이므로 $3x = 2(y+2)$ 이다. $x-2y=8$ 과 연립하면 $x=-2$, $y=-5$ 이다. 따라서 $x-y=3$ 이다.

3.10

(a) $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$ 이라 하자. 연립방정식은 $2u+3v=4$, $3u-2v=19$ 로 치환되고, 이 연립방정식의 해는

$u=5$, $v=-2$ 이다. 따라서 원래의 연립방정식 해는 $x = \frac{1}{u} = \frac{1}{5}$, $y = \frac{1}{v} = -\frac{1}{2}$ 이다.

(b) $u = \sqrt{x}$, $v = \sqrt{y}$ 이라 하자. 연립방정식은 $3u+2v=2$, $2u-3v=\frac{1}{4}$ 로 치환되고, 이 연립방정식의 해는

$u = \frac{1}{2}$, $v = \frac{1}{4}$ 이다. 따라서 원래의 연립방정식 해는 $x = \frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{16}$ 이다.

(c) $u = x^2$, $v = y^2$ 이라 하자. 연립방정식은 $u+v=13$, $4u-3v=24$ 로 치환되고, 이 연립방정식의 해는 $u=9$, $v=4$ 이다. 따라서 원래의 연립방정식 해는 $x=\pm 3$, $y=\pm 2$ 이다.